Prof. Dr. Alfred Toth

Geordnetheit und qualitative Arithmetik bei Systemen 10

1. Bekanntlich wurde die qualitative, ortsfunktionale Zahl durch

$Z = f(\omega)$

definiert (vgl. Toth 2016). Ortsfunktionale Zahlen können nicht nur linear (horizontal), wie die Peanozahlen, d.h. adjazent, sondern auch subjazent (vertikal) und transjazent (diagonal) gezählt werden, wobei sie in Zahlfeldern auftreten, d.h. Zahlen der Form $Z = f(\omega)$ sind 2-dimensional.

1.1. Adjazente Zählweise

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i \\
\varnothing_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & \varnothing_j & & \varnothing_j & \varnothing_i & & \varnothing_j & \varnothing_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
\varnothing_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & \varnothing_j & & \varnothing_j & \varnothing_i & & \varnothing_j & \varnothing_i \\
x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i
\end{array}$$

1.2. Subjazente Zählweise

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & x_j & & \varnothing_j & x_i & & x_j & \varnothing_i \\
y_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & y_j & & \varnothing_j & y_i & & y_j & \varnothing_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
y_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & y_j & & \varnothing_j & y_i & & y_j & \varnothing_i \\
x_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & x_j & & \varnothing_j & x_i & & x_j & \varnothing_i
\end{array}$$

1.3. Transjazente Zählweise

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & x_j & & \varnothing_j & x_i & & x_j & \varnothing_i \\
\varnothing_i & y_j & & y_i & \varnothing_j & & y_j & \varnothing_i & & \varnothing_j & y_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
\varnothing_i & y_j & & y_i & \varnothing_j & & y_j & \varnothing_i & & \varnothing_j & y_i \\
x_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & x_j & & \varnothing_j & x_i & & x_j & \varnothing_i
\end{array}$$

2. Ortsfunktionale Zahlen korrespondieren daher mit dem ontischen Raumfeld-Modell (vgl. Toth 2014), das die allgemeine Form

h→l	h	r→h
l	x	r
l→v	v	v→r

hat und in dem x für für vier ontischen Entitäten steht. In anderen Worten: Zwischen einem Zahlenfeld und einem Raumfeld besteht eine qualitative arithmetisch-geometrische Isomorphierelation.

Wir bekommen damit unmittelbar die folgenden Paare:

(x → v), (x → (v → r)), (x → r), (x → (r → h)), (x → h), (x → (h → l)), (x → l), (x → (l → v)), usw., d.h. total 81 Paare, wenn wir auch die Abbildungen von Nicht-x-Raumfeldern zulassen. Jedes dieser Paare, welche als im Falle der transitorischen Raumfelder als zweites Element wieder eine Abbildung enthalten, sind also Abbildungen, d.h. ontische Funktionen. Mit Hilfe der Theorie der Geordnetheit können wir also topologische Funktionen bei ontischen Raumfeldern 4-fach subkategorisieren. Dabei sind die drei Mal drei Paare

(l → v), v, (v → r)

l, x, r

(h → l), h, (r → h)

sowie ihre Konversen adjazent,

die drei Mal drei Paare

(l → v), l, (h → l)

v, x, h

(v → r), r, (r → h)

sowie ihre Konversen subjazent

und die beiden doppelten Abbildungen

$((l \rightarrow v) \rightarrow x \rightarrow (r \rightarrow h))$

$((v \rightarrow r) \rightarrow x \rightarrow (h \rightarrow l))$

sowie ihre Konversen transjazent.

3. In Toth (2018a) hatten wir Ordnendheit und Geordnetheit bei Stufigkeit, also einer weiteren ontisch invarianten Eigenschaft (vgl. Toth 2013), untersucht und dabei festgestellt, daß die Differenz von Ordnendheit und Geordnetheit iterativ subkategorisiert werden muß, denn es gibt offenbar folgende vier Kombinationen:

	ord	ord^{-1}
ord	ordord	ordord^{-1}
ord^{-1}:	$\text{ord}^{-1}\text{ord}$	$\text{ord}^{-1}\text{ord}^{-1}$

Schließlich konnten wir in Toth (2018b) zeigen, daß wir es bei diesem Quadrupel-Schema mit einer weiteren ontischen Invariante zu tun haben, nämlich mit der dreifach gradativen Objektabhängigkeit und formulierten unsere Ergebnisse in den folgenden drei ontischen Sätzen.

SATZ 1. Der nicht-iterierte Operator ord^{-1} induziert in den Subkategorisierungen ontischer Geordnetheit 1- oder 2-seitige Objektabhängigkeit.

SATZ 2. Durch den Operator ordord subkategorisierte ontische Entitäten sind 0-seitig objektabhängig.

SATZ 3. Durch den Operator $\text{ord}^{-1}\text{ord}^{-1}$ subkategorisierte ontische Entitäten sind 0-, 1- oder 2-seitig objektabhängig.

Danach haben wir also die folgenden Korrespondenzen zwischen den Sätzen, den Operatoren und dem jeweiligen Grad von Objektabhängigkeit.

Satz 2	ordord	0
Satz 1	ord^{-1}	1, 2
Satz 3	$\text{ord}^{-1}\text{ord}^{-1}$	0, 1, 2.

Man beachte, daß die „generative“ (Bense) Mengeninklusion von

$O = (0, ((1, 2), (0, 1, 2)))$

genau derjenigen der Zeichenrelation entspricht (vgl. Bense 1979, S. 53)

$Z = (M, ((M, O), (M, O, I)))$.

Ferner erhält man aus trivialen Gründen durch die kombinierten ordnenden und geordneten Operatoren (vgl. Toth 2018c)

$\text{ord}^{-1}\text{ord} \quad 0, 1$

$\text{ordord}^{-1} \quad 0, 1.$

Da es keine Operatoren gibt, welche

$1, 2, (0, 2)$

erzeugen, kann man sich fragen, ob es ontische Sätze gebe, durch welche diese Formen bzw. Kombinationen von Objektabhängigkeit erzeugt werden.

DEFINITION 1. 0-seitige Objektabhängigkeit liegt vor gdw. für ein Paar $P = (A, B)$ von Objekten gilt $A \neq f(B)$.

DEFINITION 2. 1-seitige Objektabhängigkeit liegt vor gdw. für ein Paar $P = (A, B)$ von Objekten gilt $(A = f(B)) \nrightarrow (B = f(A))$.

DEFINITION 3. 2-seitige Objektabhängigkeit liegt vor gdw. für ein Paar $P = (A, B)$ von Objekten gilt $(A = f(B)) \rightarrow (B = f(A))$.

Beispiel für Definition 1: A = Löffel, B = Messer (oder alternativ: A = Messer, B = Löffel). (Vgl. dagegen 2-seitige Objektabhängigkeit bei Messer und Gabel.)

Beispiel für Definition 2: A = Kopf, B = Hut (oder alternativ: A = Hut, B = Kopf).

Beispiel für Definition 3: A = Schlüssel, B = Schloß (oder alternativ: A = Schloß, B = Schlüssel).

Vermöge dieser drei Definitionen dürfte es unmittelbar einleuchten, daß es keine Subkategorisierung von Ordnendheit oder Geordnetheit gibt, welche eine ontische Ordnung induziert, innerhalb deren zwei Objekte eines Paares gleichzeitig 0-seitig und 2-seitig objektabhängig sind. Dieser Sachverhalt läßt sich mittels der Semiotik beweisen: Vermöge Bense (ap. Walther 1979, S. 122 f.) sind Paare, zwischen deren Objekten 2-seitige Objektabhängigkeit besteht, iconisch, d.h. es gibt die ontisch-semiotische Isomorphie

2-seitige Objektabhängigkeit $\cong$ (2.1).

Daraus folgt unmittelbar die weitere Isomorphie

0-seitige Objektabhängigkeit $\cong$ (2.3)

und wegen sowohl ontischer als auch semiotischer Vermittlung folgt ferner

1-seitige Objektabhängigkeit $\cong$ (2.2) ■.

Daher haben wir

$(0, 1) \cong ((2.1) < (2.2))$,

aber

$(0, 2) \ncong ((2.1) < (2.3))$.

Hierin liegt auch der Grund für die weiter oben festgestellte Isomorphie

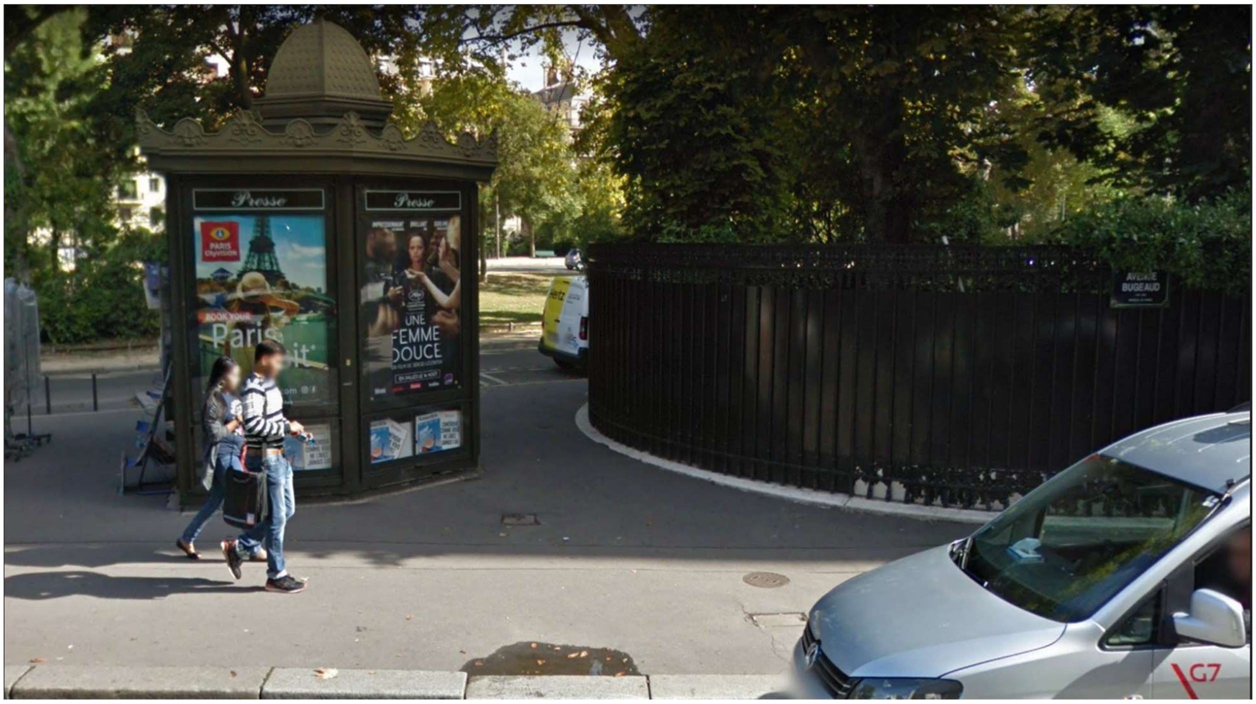
$(O \cong Z) = ((0, ((1, 2), (0, 1, 2))) \cong (M, ((M, O), (M, O, I))))$,

d.h. wir bekommen den weiteren

SATZ. Die dreifach gradative Objektabhängigkeit ist die ontische Entsprechung der dreifach gradativen („generativen") Inklusion trichotomischer Objektbezüge. Beide Inklusionsschemata sind ontisch-semiotisch isomorph.

4. Im vorliegenden Teil behandeln wir ordnende und geordnete Subjazenz. Aus Gründen der Komplexitätsreduktion beschränken wir uns also auf die beiden nicht-zusammengesetzten Operatoren ord und ord^{-1}.

4.1. ord(l → v)



Avenue Bugeaud, Paris

4.2. $\mathrm{ord}^{-1}(l \rightarrow v)$

Villa Léandre, Paris

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Objekttheoretische Invarianten II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

Toth, Alfred, Theorie ontischer Raumfelder I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Zu einer triadischen System-Definition. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Einführung in die elementare qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Toth, Alfred, Ontische Geordnetheit bei Stufigkeit. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2018a

Toth, Alfred, Subkategorisierte Geordnetheit und Objektabhängigkeit. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2018b

Toth, Alfred, Ontische Geordnetheit 1-31. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2018c

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

21.9.2018